|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  | | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | | ** Pergunta 1**  0,3 em 0,3 pontos   |  |  |  |  |  | | --- | --- | --- | --- | --- | |  |  | | | | |  | Considere um problema real que pode ser resolvido com um grafo não direcionado G = (V, E) contendo |V| = n = 1.000  vértices e um total de arestas (m) igual a de um clique K1000.  Tendo em vista que cada célula de uma matriz de adjacência Anxn armazena um inteiro de 10 bytes e a lista de adjacência, para cada nó de lista encadeada, armazena 10 bytes para um inteiro e 5 bytes para o ponteiro, além de 5 bytes para cada ponteiro do seu vetor de listas encadeadas de tamanho n.  Analise as afirmações abaixo:   * 1. A fórmula geral que descreve o total de espaço  ocupado pela matriz de adjacência para  a situação descrita é E(Anxn) = 10 x n x n.   2. O espaço ocupado pela lista de adjacência E(L) é de aproximadamente 1,499 x 1010 bytes.   3. Considerando que no desenvolvimento deste problema, o total de espaço ocupado deve ser o menor possível, então, seria escolhida a matriz de adjacência  na sua implementação, pois E(Anxn) < E(L).   Com base no descrito e nas afirmações, assinale a alternativa correta. |  |  |  | | |  |  | | --- | --- | | Resposta Selecionada: | CorretaE.  Apenas I e III. | | Respostas: | A.  Apenas I. | |  | B.  Apenas I e II. | |  | C.  I, II  e III | |  | D.  Apenas II. | |  | CorretaE.  Apenas I e III. |  |  |  | | --- | --- | | Comentário da resposta: | Justificativa:   * 1. VERDADEIRA. A fórmula geral que descreve o total de espaço  ocupado pela matriz de adjacência para  a situação descrita é E(Anxn) = 10 x n x n.   2. FALSA. O espaço ocupado pela lista de adjacência E(L) é de aproximadamente 1,499 x 107 bytes.   3. VERDADEIRA. Considerando que no desenvolvimento deste problema, o total de espaço ocupado deve ser o menor possível, então, seria escolhida a matriz de adjacência  na sua implementação, pois E(Anxn) < E(L).   Resolução: Considerando n = número de vértices e m = número de arestas de G.    O total de arestas de um grafo não orientado completo com n vértices (V) ou Kn é dado por **n!/ (n-2)! 2** (Conjunto das Partes P2 (V)).    Uma matriz de adjacência ocupa Espaço(AdjG) = n  x  n  x 10 bytes.  Uma lista de adjacência ocupa Espaço (ListaG) = 5 x n + 15 x m x 2 = 5 x n + 30 x m bytes.      m = (**n!/ (n-2)! 2)**  m = (1000! / (1000-2)! 2) = (1000! / 998! 2) = (1000 x 999 / 2) = 999.000 / 2 = 499.500.    Espaço  (AdjG) = 103 x 103 x 10 = 1 x 107bytes  Espaço (ListaG) = 5 x 103 + 30 x 4,99500 x 105 = 1,499 x 107 bytes.    Portanto, nesse caso a matriz de adjacência ocupa menos espaço e seria a melhor opção. | |  |  |  |   ** Pergunta 2**  0,4 em 0,4 pontos   |  |  |  |  |  | | --- | --- | --- | --- | --- | |  |  | | | | |  | Qual é o número cromático do grafo K4,5? |  |  |  | | |  |  | | --- | --- | | Resposta Selecionada: | CorretaA.  2 | | Respostas: | CorretaA.  2 | |  | B.  9 | |  | C.  4 | |  | D.  20 | |  | E.  5 |  |  |  | | --- | --- | | Comentário da resposta: | Justificativa:  Aplicando-se o algoritmo de Coloração Sequencial ou Coloração por Classe obtém-se 2 cores, que é o menor número de cores possíveis para pintar o grafo K2,9, ou seja, X(G) = 2 (número cromático). | |  |  |  |   ** Pergunta 3**  0,3 em 0,3 pontos   |  |  |  |  |  | | --- | --- | --- | --- | --- | |  |  | | | | |  | Trabalhadores da construção civil pretendem construir casas populares. Cada casa popular tem um conjunto de tarefas bem específicas a serem realizadas. Determinadas  tarefas somente podem ser iniciadas após o término de outras, como ilustrado na tabela abaixo. Por exemplo, as tarefas (2), (3) e (4) somente poderão ser iniciadas ao finalizar a tarefa 1; as tarefas (5) e (6) somente poderão ser iniciadas ao terminar a tarefa 2; e assim sucessivamente.  Tendo por base a situação descrita e as afirmações a seguir.   * 1. Considerando a descrição do problema, ele deve ser modelado para um grafo direcionado.   2. Uma sequência adequada que considera a relação de dependência entre as tarefas pode ser obtida pelo algoritmo percurso em profundidade de grafos.   3. Uma sequência adequada de tarefas fazendo uso da ordenação topológica para realizar a construção da casa é 1, 7, 4, 2, 3, 5, 6, 8.   Assinale a alternativa que indica as afirmações corretas. |  |  |  | | |  |  | | --- | --- | | Resposta Selecionada: | CorretaA.  Apenas I e III. | | Respostas: | CorretaA.  Apenas I e III. | |  | B.  Apenas I. | |  | C.  Apenas I e II. | |  | D.  Apenas II e III. | |  | E.  I, II e III. |  |  |  | | --- | --- | | Comentário da resposta: | Justificativa:   * 1. VERDADEIRA. Pois, como existe dependência entre as tarefas, o problema deve ser modelado como um grafo direcionado.   2. FALSA. O algoritmo que possibilita preservar as dependências entre as tarefas é Ordenação Topológica.   3. VERDADEIRA. Uma sequência adequada de tarefas para realizar a construção da casa que considera as dependências fazendo uso do algoritmo de ordenação topológica é 1, 7, 4, 2, 3, 5, 6, 8. | |  |  |  |   ** Pergunta 4**  0,3 em 0,3 pontos   |  |  |  |  |  | | --- | --- | --- | --- | --- | |  |  | | | | |  | Considere um grafo G (V, E), os conceitos sobre Caminhos Mínimos em Grafos, o algoritmo de Floyd e as afirmações a seguir.     * 1. O algoritmo de Floyd é matricial e pode trabalhar com arcos contendo valores negativos.   2. O algoritmo de Floyd utiliza um vértice base k para a construção de triplas com todos os pares (i, j), i, j ∈ V, a serem examinados por desigualdades triangulares (envolvendo três vértices).   3. O algoritmo de Floyd quando aplicado a um grafo com uma categoria de conexidade C2, C1, C0, não terá posições infinitas na matriz de distâncias, mas terá posições iguais a 0 na matriz de rotas, indicando a impossibilidade de se atingir, nesse caso, o segundo vértice a partir do primeiro.     Com base no descrito e nas afirmações, assinale a alternativa correta. |  |  |  | | |  |  | | --- | --- | | Resposta Selecionada: | CorretaA.  Apenas I e II. | | Respostas: | CorretaA.  Apenas I e II. | |  | B.  Apenas II. | |  | C.  Apenas I. | |  | D.  I, II e III. | |  | E.  Apenas II e III. |  |  |  | | --- | --- | | Comentário da resposta: | Justificativa:   * 1. VERDADEIRA. O algoritmo de Floyd é matricial e pode trabalhar com arcos contendo valores negativos.   2. VERDADEIRA. O algoritmo de Floyd utiliza um vértice base k para a construção de triplas com todos os pares (i, j), i, j ∈ V, a serem examinados por desigualdades triangulares (envolvendo três vértices).   3. FALSA. O algoritmo de Floyd quando aplicado a um grafo com uma categoria de conexidade C2, C1, C0, restarão posições infinitas em na matriz de distâncias, às quais corresponderão posições iguais a 0 na matriz de rotas, indicando a impossibilidade de se atingir, nesse caso, o segundo vértice a partir do primeiro. | |  |  |  |   ** Pergunta 5**  0,3 em 0,3 pontos   |  |  |  |  |  | | --- | --- | --- | --- | --- | |  |  | | | | |  | Considerando Árvore Parcial de Custo Mínimo (APCM), temos as seguintes afirmações.     * 1. Seja G=(V,E) um grafo, com n>=2 vértices, G ser acíclico e possuir o número de arestas mínimo é suficiente para caracterizar G como uma árvore.   2. Há uma árvore A = (V, M) que é um grafo parcial de G = (V,E), se e se somente se G for conexo.   3. Os algoritmos relacionados a este problema são apoiados no lema: Seja X ⊆ V em um grafo G = (V, E) e seja e ∈ E a aresta de menor custo entre X e V – X. Então, e pertence a uma APCM.   Assinale a alternativa que indica as afirmações corretas. |  |  |  | | |  |  | | --- | --- | | Resposta Selecionada: | CorretaC.  Apenas II e III. | | Respostas: | A.  Apenas I e II. | |  | B.  I, II e III. | |  | CorretaC.  Apenas II e III. | |  | D.  Apenas I. | |  | E.  Apenas I e III. |  |  |  | | --- | --- | | Comentário da resposta: | Justificativa:   * 1. FALSO, pois se G é acíclico significa que não há nenhum caminho simples e fechado em G, ou seja, não há nenhum circuito em G (até aí tudo bem). Entretanto, se em G o número de arestas é mínimo, não há garantia que G (sendo somente acíclico) não tem subgrafos isolados, assim, não pode-se afirmar que  G é conexo. Por exemplo, é possível ter um grafo G com 2 vértices e nenhuma aresta (número mínimo de arestas), observe que G é acíclico e não é conexo (tem duas componentes conexas).   2. VERDADEIRO, pois, segundo o Teorema 2: existe uma árvore H= (V,F) que seja um grafo parcial de G = (V,E), se e se somente se G for conexo.   3. VERDADEIRO. visto que algoritmos relacionados a este problema são apoiados no lema: Seja X ⊆ V em um grafo G = (V, E) e seja e ∈ E a aresta de menor custo entre X e V – X. Então, e pertence a uma APCM. | |  |  |  |   ** Pergunta 6**  0,3 em 0,3 pontos   |  |  |  |  |  | | --- | --- | --- | --- | --- | |  |  | | | | |  | Considere o grafo direcionado G = (V, E) dado pela matriz de adjacência abaixo.  E as afirmações  a seguir:   * 1. Os fechos transitivos direto e inverso de G para  R+(1) =  { 1, 2, 3, 4,  5 } e R-(6) = { 6, 7, 8, 9 }.   2. Uma das componentes fortemente conexas é  S =  {  6, 7, 8, 9 }.   3. O grafo reduzido Gr de G possui quatro arcos.     Com base no descrito e nas afirmações, assinale a alternativa correta. |  |  |  | | |  |  | | --- | --- | | Resposta Selecionada: | CorretaB.  Apenas I e II. | | Respostas: | A.  Apenas II. | |  | CorretaB.  Apenas I e II. | |  | C.  Apenas II e III. | |  | D.  Apenas III. | |  | E.  Apenas I. |  |  |  | | --- | --- | | Comentário da resposta: | Justificativa:   * 1. VERDADEIRO. Os fechos transitivos direto e inverso de G para  R+(1) =  { 1, 2, 3, 4,  5 } e R-(6) = { 6, 7, 8, 9 }.   2. VERDADEIRO. Uma das componentes fortemente conexas é S =  {  6, 7, 8, 9 }.   3. FALSO. O grafo reduzido Gr de G possui três arcos. | |  |  |  |   ** Pergunta 7**  0,4 em 0,4 pontos   |  |  |  |  |  | | --- | --- | --- | --- | --- | |  |  | | | | |  | Um carteiro deve entregar suas cartas de tal forma que otimize o seu percurso, sem a necessidade de passar por uma mesma rua mais de uma vez ou em dois sentidos diferentes. Considerando que suas entregas são: segundas e sextas na Área 1; terças e quintas na Área 2; e quartas e sábados na Área 3. As áreas são ilustradas nos grafos a seguir.  Considere as afirmações:   * 1. É possível determinar um percurso no qual o carteiro possa entregar as cartas passando por todas as ruas das Áreas 1 e 2 uma única vez.   2. O grafo correspondente a Área 1 é Euleriano, mas não é Hamiltoniano.   3. O grafo correspondente a Área 3 não é Euleriano, mas é um grafo cúbico.   Com base no descrito e nas afirmações, assinale a alternativa correta. |  |  |  | | |  |  | | --- | --- | | Resposta Selecionada: | CorretaE.  Apenas I e III. | | Respostas: | A.  Apenas II e III. | |  | B.  Apenas I. | |  | C.  I, II e III. | |  | D.  Apenas I e II. | |  | CorretaE.  Apenas I e III. |  |  |  | | --- | --- | | Comentário da resposta: | Justificativa:   * 1. VERDADEIRA. Um percurso possível para a Área 1: Párea 1 = { p, q, u, t, q, s, t, p, s, r, p } e Área 2: Párea 2 = { f, c, b, f, e, b, a, d, e }.   2. FALSA. O grafo correspondente a área  1 é Euleriano e Hamiltoniano.   Para que o carteiro possa entregar as suas cartas sem a necessidade de passar por uma mesma rua mais de uma vez ou em dois sentidos diferentes deve satisfazer o teorema de caminhos eulerianos, ou seja, o grafo correspondente a cada uma das Áreas de ter 0 ou 2 vértices com grau ímpar. Caso o grafo possua 0 vértices com grau ímpar, o percurso pode começar em qualquer vértice do grafo e terminará no mesmo vértice. Se o grafo possuir 2 vértices com grau ímpar, o percurso deve começar em um vértice com grau ímpar e terminar no outro vértice com grau ímpar.  Com base nesse teorema, temos:  Área 1: o grafo correspondente possui 0 vértices com grau ímpar, logo é possível determinar o percurso.  Um percurso Hamiltoniano fechado seria P area 1 = { p, r, s, t, u, q, p }, logo o grafo é Hamiltoniano.   * 1. VERDADEIRA. O grafo correspondente a área 3 não é Euleriano, pois apresenta 4 vértices com grau ímpar, mas é um grafo cúbico, visto que     ∀ x ∈ V, d(x) = 3,  portanto o grafo é regular de grau 3 ou 3-regular (grafo cúbico). | |  |  |  |   ** Pergunta 8**  0,4 em 0,4 pontos   |  |  |  |  |  | | --- | --- | --- | --- | --- | |  |  | | | | |  | Considere o grafo G=  (V, A) direcionado abaixo:  E as afirmações abaixo:   * 1. O grafo dual direcional de G possui 8 arcos.   2. O grafo reduzido de Gr é isomorfo a G.   3. Tendo o vértice A como ponto de partida, a ordem em que os vértices são visitados pelo percurso em profundidade é dada por A B D E F C.   Com base no descrito e nas afirmações, assinale a alternativa correta. |  |  |  | | |  |  | | --- | --- | | Resposta Selecionada: | CorretaE.  I, II e III. | | Respostas: | A.  Apenas II. | |  | B.  Apenas I e II. | |  | C.  Apenas I. | |  | D.  Apenas I e III. | |  | CorretaE.  I, II e III. |  |  |  | | --- | --- | | Comentário da resposta: | Justificativa:   * 1. VERDADEIRA, pois considerando-se QUE Todo grafo orientado G = (V, A) tem um grafo GD = (V, AD), no qual todo arco uD = (y, x) tem em A um arco correspondente u = (x, y). ***GD*** é chamado ***dual direcional de G***. Observe que a cada arco de G há um arco de GD no sentido oposto. Então, como o total de arcos de G é 8, o GD também terá 8 arcos   2. VERDADEIRA, Gr é isomorfo a G, pois G é um grafo sem circuitos e cada componente f-conexa de G possui apenas um vértice.   3. VERDADEIRA.  Tendo o vértice A como ponto de partida, a ordem em que os vértices são visitados realizando-se o percurso em   profundidade é dada por A B D E F C. | |  |  |  |   ** Pergunta 9**  0,3 em 0,3 pontos   |  |  |  |  |  | | --- | --- | --- | --- | --- | |  |  | | | | |  | Considere a planta de uma casa abaixo contendo os cômodos A, B, C, D, E, F, G, H, I e o espaço FORA. Além disso,  considere as portas que interligam os cômodos e o espaço FORA.  Considere também as afirmações:     * 1. Tendo por base o grafo modelado do problema e a teoria dos caminhos Hamiltonianos, é possível partir de algum cômodo da casa, passar uma única vez  por todos os cômodos e sair  para fora uma única vez.   2. O grafo modelado para o problema não é planar.   3. O grafo modelado para este problema é 2-conexo, visto que para todo par de vértice do grafo, há pelo menos 2 percursos  internamente disjuntos.   Com base no descrito e nas afirmações, assinale a alternativa correta. |  |  |  | | |  |  | | --- | --- | | Resposta Selecionada: | CorretaC.  Apenas I. | | Respostas: | A.  Apenas II e III. | |  | B.  Apenas III. | |  | CorretaC.  Apenas I. | |  | D.  Apenas II. | |  | E.  Apenas I e II. |  |  |  | | --- | --- | | Comentário da resposta: | Justificativa:   * 1. VERDADEIRA. Tendo por base o grafo modelado para o problema e a teoria dos caminhos hamiltonianos, é possível partir de algum cômodo da casa, passar uma única vez  por todos os cômodos e sair  para fora uma única vez e seu percurso seria: P1 = { E, D, C, B, G,  H,  I,  FORA,  F,  A }.   2. FALSA. O grafo modelado do problema é planar, pois é possível desenha-lo no plano sem ocorrer cruzamento das arestas.   3. FALSA. O grafo  modelado do problema é 1-conexo, visto que para todo par de vértice do grafo, há pelo menos 1 percurso  internamente disjunto. | |  |  |  | | |